

Université d'Évry Val d'Essonne 2011-2012

M54 algèbre et arithmétique 2

Feuille 4 — Relation de Bézout et applications

Exercice 1. Résoudre dans \mathbf{Z} les équations suivantes :

1. $12x = 7 \pmod{25}$;

4. $11x = 3 \pmod{24}$;

2. $10x = 7 \pmod{25}$;

5. $10x = 2 \pmod{24}$.

3. $10x = 15 \pmod{25}$.

6. $10x = 3 \pmod{24}$;

Exercice 2. Résoudre dans \mathbf{Z} les systèmes d'équations suivants :

$$(1) \begin{cases} x = 2 & \pmod{21} \\ x = 11 & \pmod{25} \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 4 & \pmod{17} \\ x = 3 & \pmod{24} \end{cases}$$

Exercice 3. Résoudre dans \mathbf{Z} les systèmes d'équations suivants :

$$(1) \begin{cases} x = 1 & \pmod{21} \\ x = 11 & \pmod{24} \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 2 & \pmod{21} \\ x = 11 & \pmod{24} \end{cases}$$

Exercice 4. Résoudre dans \mathbf{Z} les systèmes suivants :

$$(1) \begin{cases} 5x = 4 & \pmod{24} \\ 12x = 10 & \pmod{26} \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 5x = 4 & \pmod{27} \\ 12x = 9 & \pmod{51} \end{cases}$$

Indication : commencer par résoudre chacune des équations et en déduire un système équivalent, de même type que ceux de l'exercice précédent.

Exercice 5. Résoudre dans \mathbf{Z} les systèmes suivants :

$$(1) \begin{cases} x = 1 & \pmod{5} \\ x = 2 & \pmod{7} \\ x = 3 & \pmod{9} \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 4 & \pmod{10} \\ x = 5 & \pmod{11} \\ x = 6 & \pmod{13} \end{cases}$$

Indication : commencer par résoudre les deux premières équations seules, puis en déduire un système équivalent n'ayant que deux équations.